

# 山东大学

## 二〇一九年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码 829

科目名称 量子力学

(答案必须写在答卷纸上, 写在试题上无效)

### 一、计算 (25 分)

已知  $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  是 Pauli 矩阵在  $S_z$  表象中的表示,

- (1) 计算  $[\sigma_j, \sigma_k]$ , ( $j, k = x, y, z$ );
- (2) 试证明  $e^{i\alpha\sigma_k} = \cos \alpha + i\sigma_k \sin \alpha$ , ( $k = x, y, z$ )

### 二、计算 (25 分)

电荷为  $q$  质量为  $\mu$  的点粒子在一维均匀电场  $\vec{E}$  中运动, 位势为  $V(x) = -qEx$ 。在  $t = 0$  时该粒子的坐标与动量平均值分别为  $\langle x \rangle = x_0$  与  $\langle \hat{p}_x \rangle = 0$

- (1) 计算  $t$  时刻的动量平均值  $\langle \hat{p}_x(t) \rangle$
- (2) 计算  $t$  时刻的坐标平均值  $\langle x(t) \rangle$
- (3) 把计算结果同经典物理的结果比较。

### 三、计算 (25 分)

体系的三维态矢空间由正交归一基矢  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  所张成, 体系的哈密顿量  $H$ , 以及力学量  $A$  在该空间的矩阵为:

$$H = E_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad A = a \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

已知  $t=0$  时体系的态矢为:  $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle + \frac{1}{2}|2\rangle + \frac{1}{2}|3\rangle$

- 1) 问哈密顿量  $H$ 、力学量  $A$  是否守恒量, 为什么?
- 2) 求  $t$  时刻该体系态矢  $|\Psi(t)\rangle$ 。
- 3)  $t$  时刻测量体系的能量, 可得哪些可测值? 相应几率如何? 计算平均能量。
- 4)  $t=0$  时刻与任意  $t$  时刻, 测量体系的力学量  $A$ , 可得哪些可测值? 相应几率如何?

计算  $A$  的平均值

### 四、计算 (25 分)

一个质量为  $m$  的粒子处在一维势井  $V(x)$  中:

$$V(x) = \begin{cases} \frac{V_0}{a}x & (0 < x < a) \\ \infty & (x < 0, x > a) \end{cases}, \quad V_0 \text{ 为常数。}$$

- (1) 根据微扰原理, 推导出各能级的能量一级修正公式。
- (2) 求前三个能级能量的一级修正。

### 五、计算题 (共 25 分)

假设一个定域电子 (忽略电子轨道运动) 在均匀磁场中运动, 磁场  $\vec{B}$  沿  $z$  轴正向, 电子磁矩在均匀磁场中的势  $V = -\hat{\vec{M}}_s \cdot \vec{B}$ , 这里  $\hat{\vec{M}}_s = -\frac{e}{mc}\hat{\vec{S}}$  为电子的自旋磁矩。自旋用泡利矩阵表示:

$$\hat{\vec{S}} = \frac{\hbar}{2} \hat{\vec{\sigma}}, \quad \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (1) 求定域电子在磁场中的哈密顿量, 并列出电子满足的薛定谔方程;
- (2) 假设  $t=0$  时, 电子自旋指向  $x$  轴正向 ( $s_x = -\hbar/2$ ), 求  $t > 0$  时自旋  $\hat{\vec{S}}$  的平均值;

(3) 求  $t > 0$  时, 电子自旋指向  $y$  轴负向的几率是多少? (薛定谔方程解法)

### 六、计算题 (共 25 分)

质量为  $m$  的一个粒子在边长为  $a$  的立方盒子中运动, 势能为

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & x \in (0, a); y \in (0, a); z \in (0, a) \\ \infty, & \text{others} \end{cases}$$

(共 8 分) 算长, 四

(1) 列出定态薛定谔方程, 并求出系统能量本征值和归一化波函数;

(2) 假设有两个电子在立方盒子中运动, 不考虑电子间的相互作用, 系统基态能量是多少? 并写出系统基态归一化波函数;

(3) 假设有两个玻色子在立方盒子中运动, 不考虑玻色子间的相互作用, 系统基态能量是多少? 并写出系统基态归一化波函数。

(共 8 分) 算算长, 五

$$\psi_{111}(x, y, z) = \left(\frac{\pi}{a}\right)^{3/2} e^{-\pi x/a} e^{-\pi y/a} e^{-\pi z/a}$$

(共 8 分) 算算长, 六

谢谢! 请各位老师多提宝贵意见, 我们会不断改进!

学 大 学 上

2022-2023 学年第二学期物理系学生期中考试

学大五班 林诗昌

153 88.8%

(未标注为缺考, 但未答或答非所问)

(待改) 算长, 一

$$\text{从泰勒中点处展开利用 } \Psi(2, 1) = \psi_0 \left(\frac{1}{2}, 0\right) + \psi_0 \left(1, \frac{1}{2}\right) = \psi_0 \left(1, \frac{1}{2}\right) = \psi_0 \text{ 得}$$

(共 8 分) 算算长, 二

(共 8 分) 算算长, 三

(共 8 分) 算算长, 三

相位不考虑, 则  $\psi(x, y, z) = C \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$

$C = \langle \psi | \psi \rangle = \langle \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) | \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \rangle$

(共 8 分) 算算长, 三

(共 8 分) 算算长, 三

(共 8 分) 算算长, 三

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(共 8 分) 算算长, 三